TAREA 5 – 1

1. Suponga que $\mathbf{R}(t)=(3t^2-t)\mathbf{i}+(2-6t)\mathbf{j}-4t\mathbf{k}$. Encuentre:
   a. $\int \mathbf{R}(t)\,dt$ **b.** $\int_2^4 \mathbf{R}(t)\,dt$

2. Evalúe $\int_0^{\pi/2}(3\sin u\mathbf{i}+2\cos u\mathbf{j})\,du$.

3. Sea $\mathbf{a}(t)=t\mathbf{i}-t^2\mathbf{j}+(t-1)\mathbf{k}$ y $\mathbf{b}(t)=2t^2\mathbf{i}+6t\mathbf{k}$. Evalúe:
   a. $\int_0^2 \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}\,dt$ **b.** $\int_0^2 \mathbf{a}\times\mathbf{b}\,dt$

4. Sea $\mathbf{a}=t\mathbf{i}-3\mathbf{j}+2t\mathbf{k}$, $\mathbf{b}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ y $\mathbf{c}=3\mathbf{i}+t\mathbf{j}-\mathbf{k}$. Evalúe:
   a. $\int_1^2 \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}\times\mathbf{c}\,dt$ **b.** $\int_1^2 \mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})\,dt$

5. La aceleración, $\mathbf{a}$, de una partícula en cualquier momento $t\geq 0$, está dada por $\mathbf{a}=\mathbf{e}^{-t}\mathbf{i}-6(t+1)\mathbf{j}+3\sin t\mathbf{k}$. Si la velocidad, $\mathbf{v}$, y el desplazamiento, $\mathbf{r}$, son iguales a cero en $t=0$, obtenga $\mathbf{v}$ y $\mathbf{r}$ en cualquier momento.

6. La aceleración $\mathbf{a}$ de un objeto en cualquier momento t está dada por $\mathbf{a}=-g\mathbf{j}$, donde g es una constante. En $t=0$, la velocidad está dada por $\mathbf{v}=v_0\cos\theta_0\mathbf{i}+v_0\sin\theta_0\mathbf{j}$, y el desplazamiento es $\mathbf{r}=\mathbf{0}$. Encuentre $\mathbf{v}$ y $\mathbf{r}$ en cualquier momento $t>0$. Esto describe el movimiento de un proyectil disparado por un cañón inclinado un ángulo θ_0 respecto del eje positivo de las x, con velocidad inicial de magnitud v_0.

7. Suponga que $\mathbf{a}(2)=2\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$ y $\mathbf{a}(3)=4\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$. Evalúe $\int_2^3 \mathbf{a}\cdot(d\mathbf{a}/dt)\,dt$.

8. Sea $\mathbf{a}=(2y+3)\mathbf{i}+xz\mathbf{j}+(yz-x)\mathbf{k}$. Evalúe $\int_C \mathbf{a}\cdot d\mathbf{r}$ a lo largo de las trayectorias siguientes C:
   a. $x=2t^2$, $y=t$ y $z=t^3$, de $t=0$ a $t=1$,
   b. Las líneas rectas de $(0,0,0)$ a $(0,0,1)$, después a $(0,1,1)$ y luego a $(2,1,1)$,
   c. La línea recta que une a $(0,0,0)$ y $(2,1,1)$.

9. Suponga que $\mathbf{F}=(5xy-6x^2)\mathbf{i}+(2y-4x)\mathbf{j}$. Evalúe $\int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ a lo largo de la curva C en el plano xy, $y=x^3$, del punto $(1,1)$ al punto $(2,8)$.

10. Sea $\mathbf{F}=(2x+y)\mathbf{i}+(3y-x)\mathbf{j}$. Evalúe $\int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ donde C es la curva en el plano xy que consiste en las líneas rectas de $(0,0)$ a $(2,0)$, y después a $(3,2)$.

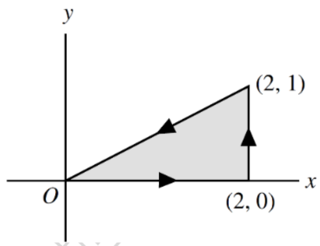
11. Encuentre el trabajo realizado cuando una partícula se mueve en el campo de fuerzas $\mathbf{F}=3x^2\mathbf{i}+(2xz-y)\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ a lo largo de:
    a. La línea recta de $(0,0,0)$ a $(2,1,3)$.
    b. La curva en el espacio $x=2t^2$, $y=t$ y $z=4t^2-t$ de $t=0$ a $t=1$.
    c. La curva definida por $x^2=4y$ y $3x^3=8z$, de $x=0$ a $x=2$.

TAREA 5 – 1

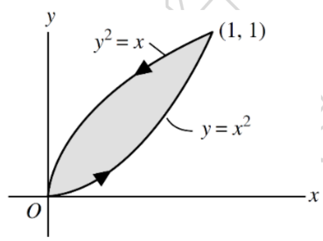
12. Evalúe $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ donde $\mathbf{F}=(x-3y)\mathbf{i}+(y-2x)\mathbf{j}$ y C es la curva cerrada en el plano xy, $x=2\cos t$ y $y=3\sin t$, de $t=0$ a $t=2\pi$.

13. Sea $\mathbf{F}=(2x+y^2)\mathbf{i}+(3y-4x)\mathbf{j}$. Evalúe $\oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$ alrededor del triángulo C de la figura

- **a.** En la dirección indicada y
- **b.** Opuesta a la dirección que se indica.



14. Sea $\mathbf{a}=(x-y)\mathbf{i}+(x+y)\mathbf{j}$. Evalúe $\oint_C \mathbf{a}\cdot d\mathbf{r}$ alrededor de la curva cerrada C de la figura



15. Sea $\mathbf{a}=(y-2x)\mathbf{i}+(3x+2y)\mathbf{j}$. Calcule la circulación de $\mathbf{a}$ sobre una circunferencia C en el plano xy con centro en el origen y radio igual a 2, si C se recorre en la dirección positiva.

16. **a**. Suponga que $\mathbf{a}=(4xy-3x^2z^2)\mathbf{i}+2x^2\mathbf{j}-2x^3z\mathbf{k}$. Demuestre que $\int_C \mathbf{a}\cdot d\mathbf{r}$ es independiente de la curva C que une a dos puntos.
b. Demuestre que hay una función diferenciable ϕ tal que $\mathbf{a}=\nabla\phi$, y encuéntrela.

17. **a**. Demuestre que $\mathbf{F}=(y^2\cos x+z^3)\mathbf{i}+(2y\sin x-4)\mathbf{j}+(3xz^2+2)\mathbf{k}$ es un campo de fuerzas conservativo.
b. Calcule la potencia escalar para $\mathbf{F}$.
c. Determine el trabajo realizado cuando un objeto se mueve en este campo, de $(0,1,-1)$ a $(\pi/2,-1,2)$.

18. Demuestre que $\mathbf{F}=r^2\mathbf{r}$ es conservativo y calcule su potencia escalar.

19. Determine si el campo de fuerza $\mathbf{F}=2xz\mathbf{i}+(x^2-y)\mathbf{j}+(2z-x^2)\mathbf{k}$ es conservativo o no conservativo.

20. Dado $\mathbf{a}=(yz+2x)\mathbf{i}+xz\mathbf{j}+(xy+2z)\mathbf{k}$. Evalúe $\int_C \mathbf{a}\cdot d\mathbf{r}$ a lo largo de la curva $x^2+y^2=1$ y $z=1$, en la dirección positiva de $(0,1,1)$ a $(1,0,1)$.

21. Demuestre que $(2x\cos y+z\sin y)dx+(xz\cos y-x^2\sin y)dy+x\sin y\,dz$ es una diferencial exacta. Con base en lo anterior resuelva la ecuación diferencial $(2x\cos y+z\sin y)dx+(xz\cos y-x^2\sin y)dy+x\sin y\,dz=0$.

TAREA 5 – 1

22. Resuelva

a. $\left(e^{-y}+3x^2y^2\right)dx+\left(2x^3y-xe^{-y}\right)dy=0$

b. $\left(z-e^{-x}\sin y\right)dx+\left(1+e^{-x}\cos y\right)dy+\left(x-8z\right)dz=0$

23. Dada $\phi=2xy^2z+x^2y$, evalúe, $\int_C \phi\, d\mathbf{r}$, donde C.

a. Es la curva $x=t$, $y=t^2$ y $z=t^3$, de $t=0$ a $t=1$,

b. Consiste en líneas rectas que van de $(0,0,0)$ a $(1,0,0)$, después a $(1,1,0)$ y luego a $(1,1,1)$.

24. Sea $\mathbf{F}=2y\mathbf{i}-z\mathbf{j}+x\mathbf{k}$. Evalúe $\int_C \mathbf{F}\times d\mathbf{r}$ a lo largo de la curva $x=\cos t$, $y=\sin t$ y $z=2\cos t$, de $t=0$ a $t=\pi/2$.

25. Suponga que $\mathbf{a}=(3x+y)\mathbf{i}-x\mathbf{j}+(y-2)\mathbf{k}$ y que $\mathbf{b}=2\mathbf{i}-3\mathbf{j}+\mathbf{k}$. Evalúe $\oint_C (\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times d\mathbf{r}$ alrededor de la circunferencia situada en el plano xy, con centro en el origen, y con radio igual a 2 que se recorre en la dirección positiva.