# TAREA 4 – 2

**1.** Sean $\mathbf{a} = 3xyz^2\mathbf{i} + 2xy^3\mathbf{j} - x^2yz\mathbf{k}$ y $\phi = 3x^2 - yz$. En el punto $(1,-1,1)$, calcule

- **a.** $\nabla \cdot \mathbf{a}$
- **b.** $\mathbf{a} \cdot \nabla\phi$
- **c.** $\nabla \cdot (\phi\mathbf{a})$
- **d.** $\nabla \cdot (\nabla\phi)$

**2.** Evalúe div$\left(2x^2z\mathbf{i} - xy^2z\mathbf{j} + 3yz^2\mathbf{k}\right)$.

**3.** Sea $\phi = 3x^2z - y^2z^3 + 4x^3y + 2x - 3y - 5$. Encuentre $\nabla^2\phi$.

**4.** Evalúe $\nabla^2(\ln r)$.

**5.** Demuestre $\nabla^2 r^n = n(n+1)r^{n-2}$, donde $n$ es una constante.

**6.** Sea $\mathbf{f} = \left(3x^2y - z\right)\mathbf{i} + \left(xz^3 + y^4\right)\mathbf{j} - 2x^3z^2\mathbf{k}$. Determine $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{f})$ en el punto $(2,-1,0)$.

**7.** Sean $u = 3x^2y$ y $v = xz^2 - 2y$. Evalúe grad $\left[(\text{grad } u) \cdot (\text{grad } v)\right]$.

**8.** Evalúe $\nabla \cdot \left(r^3\mathbf{r}\right)$.

**9.** Evalúe $\nabla \cdot \left[r\nabla\left(\dfrac{1}{r^3}\right)\right]$.

**10.** Evalúe $\nabla^2\left[\nabla \cdot \left(\dfrac{\mathbf{r}}{r^2}\right)\right]$.

**11.** Si $\mathbf{a} = \dfrac{\mathbf{r}}{r}$, encuentre grad div $\mathbf{a}$.

**12.** Demuestre que el vector $\mathbf{a} = 3y^4z^2\mathbf{i} + 4x^3z^2\mathbf{j} - 3x^2y^2\mathbf{k}$ es solenoidal.

**13.** Pruebe que $\mathbf{a} = \left(2x^2 + 8xy^2z\right)\mathbf{i} + \left(3x^3y - 3xy\right)\mathbf{j} - \left(4y^2z^2 + 2x^3z\right)\mathbf{k}$ no es solenoidal, pero $\mathbf{b} = xyz^2\mathbf{a}$ sí lo es.

**14.** Demuestre que el campo vectorial $\mathbf{v} = \dfrac{-x\mathbf{i} - y\mathbf{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ es un “campo sumidero”. Grafíquelo y haga una interpretación física.