TAREA 4 – 1

1. Suponga que $\phi = 2xz^4 - x^2y$. Encuentre $\nabla\phi$ y $\|\nabla\phi\|$ en el punto $(2,-2,-1)$.

2. Suponga que $\mathbf{a} = 2x^2\mathbf{i} - 3yz\mathbf{j} + xz^2\mathbf{k}$ y $\phi = 2z - x^3y$. Encuentre $\mathbf{a}\cdot\nabla\phi$ y $\mathbf{a}\times\nabla\phi$ en el punto $(1,-1,1)$.

3. Suponga que $f = x^2z + e^{y/x}$ y $g = 2z^2y - xy^2$. Determine

a. $\nabla(f+g)$

b. $\nabla(fg)$

en el punto $(1,0,-2)$.

4. Encuentre $\nabla\|\mathbf{r}\|^3$.

5. Evalúe $\nabla\left(3r^2 - 4\sqrt{r} + \dfrac{6}{\sqrt[3]{r}}\right)$.

6. Encuentre $\nabla\psi$, donde $\psi = \left(x^2+y^2+z^2\right)e^{-\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

7. Sea $\nabla\phi = 2xyz^3\mathbf{i} + x^2z^3\mathbf{j} + 3x^2yz^2\mathbf{k}$. Encuentre $\phi(x,y,z)$ si $\phi(1,-2,2) = 4$.

8. Suponga que $\nabla\psi = \left(y^2 - 2xyz^3\right)\mathbf{i} + \left(3 + 2xy - x^2z^3\right)\mathbf{j} + \left(6z^3 - 3x^2yz^2\right)\mathbf{k}$. Determine ψ.

9. Encuentre un vector unitario que sea perpendicular a la superficie del paraboloide de revolución $z = x^2 + y^2$ en el punto $(1,2,5)$.

10. Determine la normal unitaria trazada hacia fuera de la superficie $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ en el punto $(3,1,-4)$.

11. Encuentre una ecuación para el plano tangente a la superficie $xz^2 + x^2y = z - 1$ en el punto $(1,-3,2)$.

12. Encuentre ecuaciones para el plano tangente y la recta normal a la superficie $z = x^2 + y^2$ en el punto $(2,-1,5)$.

13. Encuentre la derivada direccional de $\phi = 4xz^3 - 3x^2y^2z$ en $(2,-1,2)$ en la dirección $2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$.

14. Encuentre la derivada direccional de $P = 4e^{2x-y+z}$ en el punto $(1,1,-1)$ en dirección hacia el punto $(-3,5,6)$.

15. ¿En qué dirección desde el punto $(1,3,2)$ es un máximo la derivada direccional de $\phi = 2xz - y^2$? ¿Cuál es la magnitud de este máximo?

16. Encuentre los valores de las constantes a, b y c, de modo que la derivada direccional de $\phi = axy^2 + byz + cz^2x^3$ en $(1,2,-1)$ tenga un máximo de magnitud 64 en una dirección paralela al eje z.

17. Encuentre el ángulo agudo entre las superficies $xy^2z = 3x + z^2$ y $3x^2 - y^2 + 2z = 1$ en el punto $(1,-2,1)$.

18. Encuentre las constantes a, b y c de modo que la superficie $ax^2 - byz = (a+2)x$ sea ortogonal a la superficie $4x^2y + z^3 = 4$ en el punto $(1,-1,2)$.