TAREA 3 – 2

1. Suponga que $\mathbf{r} = e^{-t}\mathbf{i} + \ln\left(t^2+1\right)\mathbf{j} - \tan t\mathbf{k}$. Encuentre:

a. $\dfrac{d\mathbf{r}}{dt}$ **b.** $\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}$ **c.** $\left\|\dfrac{d\mathbf{r}}{dt}\right\|$ **d.** $\left\|\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}\right\|$ en $t=0$.

2. Suponga que una partícula se mueve a lo largo de la curva $x = 2\sin 3t$, $y = 2\cos 3t$ y $z = 8t$, en cualquier momento $t > 0$.

a. Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula.

b. Calcule las magnitudes de la velocidad y la aceleración.

3. Encuentre un vector unitario tangente a cualquier punto de la curva $x = a\cos\omega t$, $y = a\sin\omega t$ y $z = bt$, donde a, b y ω son constantes.

4. Suponga que $\mathbf{a} = t^2\mathbf{i} - t\mathbf{j} + (2t+1)\mathbf{k}$ y que $\mathbf{b} = (2t-3)\mathbf{i} + \mathbf{j} - t\mathbf{k}$. Encuentre

a. $\dfrac{d}{dt}(\mathbf{a}\bullet\mathbf{b})$ **b.** $\dfrac{d}{dt}(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$ **c.** $\dfrac{d}{dt}\|\mathbf{a}+\mathbf{b}\|$ **d.** $\dfrac{d}{dt}\left(\mathbf{a}\times\dfrac{d\mathbf{b}}{dt}\right)$ en $t=1$.

5. Suponga que $\mathbf{a} = \sin u\mathbf{i} + \cos u\mathbf{j} + u\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \cos u\mathbf{i} - \sin u\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{c} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Encuentre $\dfrac{d}{du}\left(\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})\right)$ en $u=0$.

6. Suponga que $\mathbf{a}(t) = 3t^2\mathbf{i} - (t+4)\mathbf{j} + \left(t^2-2t\right)\mathbf{k}$ y que $\mathbf{b}(t) = \sin t\mathbf{i} + 3e^{-t}\mathbf{j} - 3\cos t\mathbf{k}$. Encuentre $\dfrac{d^2}{dt^2}(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$ en $t=0$.

7. Sea $\dfrac{d^2\mathbf{a}}{dt^2} = 6t\mathbf{i} - 24t^2\mathbf{j} + 4\sin t\mathbf{k}$. Encuentre $\mathbf{a}$ dado que $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + \mathbf{j}$ y $\dfrac{d\mathbf{a}}{dt} = -\mathbf{i} - 3\mathbf{k}$ en $t=0$.

8. Demuestre que $\mathbf{r} = e^{-t}\left(\mathbf{C}_1\cos 2t + \mathbf{C}_2\sin 2t\right)$, donde $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$ son vectores constantes, es una solución de la ecuación diferencial $\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 2\dfrac{d\mathbf{r}}{dt} + 5\mathbf{r} = 0$.

9. Demuestre que la solución general de la ecuación diferencial $\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} + 2\alpha\dfrac{d\mathbf{r}}{dt} + \omega^2\mathbf{r} = \mathbf{0}$, donde α y ω son constantes, es

a. $\mathbf{r} = e^{-\alpha t}\left(\mathbf{C}_1 e^{\sqrt{\alpha^2-\omega^2}\,t} + \mathbf{C}_2 e^{-\sqrt{\alpha^2-\omega^2}\,t}\right)$ si $\alpha^2 - \omega^2 > 0$

b. $\mathbf{r} = e^{-\alpha t}\left(\mathbf{C}_1\sin\sqrt{\omega^2-\alpha^2}\,t + \mathbf{C}_2\cos\sqrt{\omega^2-\alpha^2}\,t\right)$ si $\alpha^2 - \omega^2 < 0$

c. $\mathbf{r} = e^{-\alpha t}\left(\mathbf{C}_1 + \mathbf{C}_2 t\right)$ si $\alpha^2 - \omega^2 = 0$

Donde $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$ son constantes arbitrarias.

10. Suponga que $\mathbf{a} = \cos xy\mathbf{i} + \left(3xy - 2x^2\right)\mathbf{j} - (3x+2y)\mathbf{k}$. Encuentre $\dfrac{\partial\mathbf{a}}{\partial x}$, $\dfrac{\partial\mathbf{a}}{\partial y}$, $\dfrac{\partial^2\mathbf{a}}{\partial x^2}$, $\dfrac{\partial^2\mathbf{a}}{\partial y^2}$, $\dfrac{\partial^2\mathbf{a}}{\partial x\partial y}$, $\dfrac{\partial^2\mathbf{a}}{\partial y\partial x}$.

11. Si $\mathbf{a} = x^2yz\mathbf{i} - 2xz^3\mathbf{j} + xz^2\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = 2z\mathbf{i} + y\mathbf{j} - x^2\mathbf{k}$. Encuentre $\dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y}(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$ en $(1,0,-2)$.